LISTA III Równania trygonometryczne, tożsamości trygonometryczne.

3.1. Zbadaj, czy istnieje kąt $\propto$, taki że:

(a) $sin \propto = \frac{3}{4}$ i $cos \propto = \frac{1}{5}$ **(b)** $sin \propto = -\frac{1}{2}$ i $cos \propto = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

(c) $tg \propto = \frac{3}{4}$ i $ctg \propto = \frac{1}{3}$ **(d)** $ctg \propto = \frac{3}{4}$ **i** $sin \propto = \frac{3}{5}$.

3.2. Oblicz bez użycia tablic:

(a) $sin1200° + \cos(-1800°)$ **(b)** $4sin120° \cdot tg300°$

(c) $2sin^2 225° - \text{ctg}330° \cdot \text{tg}405°$

3.3. Rozwiąż równania:

(a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(b)** $\cos x = 0$ **(c)** $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ **(d)** $tgx = 0$

(e) $tgx = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ **(f)** $\sin x = -1$ **(g)** $ctgx = \sqrt{3}$ **(h)** $\cos x = 1$

(i) $\sin x = 0$ **(j)** $tgx = -1$

3.4. Rozwiąż równania:

(a) $\sin 2x = 0$ **(b)** $\cos 3x = 0$ **(c)** $tg 3x = 0$ **(d)** $ctg 4x = 0$

(e) $\sin 3x = 1$ **(f)** $\cos 4x = -1$ **(g)** $tg 2x = -1$ **(h)** $ctg 3x = 1$

3.5. Rozwiąż równania:

(a) $\sin 3x - \sin x = 0$ **(b)** $\sin(x + 40^0) = \sin(50^0 - x)$

(c) $tg 2x = tg(3x - 70^0)$ **(d)** $\cos 4x - \cos 3x = 0$

(e) $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$ **(f)** $3\sin x = 2\cos^2 x$

3.6. Wykaż, że wartość wyrażenia

W = $(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 + (\sin\alpha + \cos\alpha)^2$ jest stała dla każdego kąta ostrego *a*.

3.7. Podaj dokładne wartości kąta ostrego α .

(a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ tg α - sin α = 0 ; **(b)** $\sqrt{8}\sin^2\alpha = -2\sqrt{2}\cos^2\alpha$; **(c)** $\cos\alpha = \sqrt{3}\sin\alpha$.

Projekt współfinansowany ze srodków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

3.8. Sprawdź tożsamości :

(a) $(\cos\alpha+\sin\alpha)\cdot(\cos\alpha+\sin\alpha)=2$

(b) $1-2\sin^2\alpha=2\sin^2\alpha-1$

(c) $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha=\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$

(d) $\cos\alpha=\dfrac{tg\alpha+tg\beta}{ctg\alpha+ctg\beta}=tg\alpha tg\beta$

(e) $\sin^2\alpha+\cos^4\alpha=\cos^2\alpha+\sin^4\alpha$

(f) $\cos^4\alpha+\sin^4\alpha=1-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha$

(g) $(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)=\sin^2\alpha$

(h) $\mathrm{tg}\ \alpha\ \dfrac{\cos a}{\sin a}+1=2\ (\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)$

(i) $\dfrac{1}{1-\cos\alpha}+\dfrac{1}{1+\cos\alpha}=\dfrac{2}{\sin^2\alpha}$

(j) $1-2\sin^2\alpha=\dfrac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}$

3.9. Wiedząc, że

(a) $\cos\alpha=\dfrac{1}{2}$ i $\sin\alpha\langle 0$

(b) $tg\alpha=-\dfrac{3}{4}$ i $\sin\alpha\rangle 0$

(c) $\sin\alpha=\dfrac{2}{5}$ i $\cos\alpha\langle 0$

(d) $ctg\alpha=\dfrac{9}{40}$ i $180^0\langle\alpha\langle 270^0$

oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych.

3.10. Oblicz wartości wyrażenia:

(a) $2\sin\alpha-\mathrm{tg}^2\beta$, gdzie $\alpha=45^0$, $\beta=60^0$.

(b) $(\sin\alpha-\cos\alpha)^2+\sin 2\alpha$, dla $\alpha=30^0$.

(c) $(\sin\alpha+\cos\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)-\cos 2\alpha$, dla $\alpha=30^0$.

3.11. Wiadomo, że $\sin\alpha=\cos 27^0$ i α jest kątem ostrym. Ile jest równy kąt α ?

A. 27^0 B. 153^0 C. 63^0 D. 33^0

3.12. Sinus kąta ostrego α jest równy $\frac{3}{5}$. Wynika stąd, że

A. $\cos\alpha=\frac{2}{5}$ B. $\mathrm{tg}\alpha=0{,}75$ C. $\mathrm{tg}\alpha=1{,}25$ D. $\cos\alpha=-\frac{2}{5}$

3.13. Między godziną 7^{10} a 8^{50} wskazówka minutowa zegara obróciła się o kąt, którego miara wynosi:

A. -240° B. -180° C. -600° D. 600°

3.14. Wartość wyrażenia sin 30° + sin 60° wynosi:

Projekt współfinansowany ze srodków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

A. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ B. $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3.15. Czy istnieje taki kąt ostry α, dla którego:

(a) $\sin\alpha = \frac{2}{3}$ i $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ **(b)** $\sin\alpha = \frac{5}{13}$ i $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{5}{12}$?

3.16. Czy istnieje trójkąt prostokątny o kątach ostrych α i β spełniający warunki?

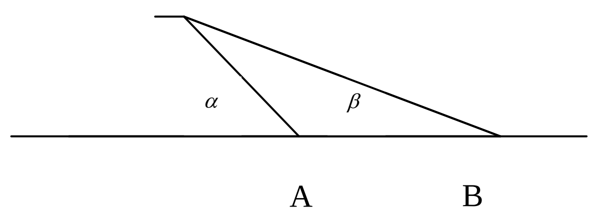
(a) $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ i $\cos\beta = \frac{1}{2}$ **(b)** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ i $tg\beta = 1$

3.17. Obserwator widzi czubek drzewa odległego o 65 m pod kątem $a=29^0$ (oczy ma na wysokości 1,5 m nad ziemią). Jaką wysokość ma drzewo?

3.18. Jaki kąt z powierzchnią ziemi tworzy promień słoneczny, jeśli drzewo o wysokości 20m rzuca cień długości 17m?

3.19. Dwaj obserwatorzy stojący w punktach A i B w odległości 200m od siebie widzą nadlatujący samolot pod kątami $\alpha = 25^0$ i $\beta = 15^0$.

Na jakiej wysokości jest ten samolot?



3.20. W trójkącie prostokątnym jedna z przyprostokątnych stanowi 40% przeciwprostokątnej. Wyznacz kąty tego trójkąta z dokładnością do 1^0.

Projekt współfinansowany ze srodków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY